

Test d'électricité

FIP MECANIQUE - Session 2017

Durée 2h00

L'épreuve est composée d'exercices et de problèmes indépendants.

Les calculatrices non pourvues d'imprimante sont autorisées.

Les réponses aux questions doivent être rédigées et numérotées conformément à l'énoncé. **Les résultats doivent être reportés dans le document réponse.** La rédaction doit être soignée et rédigée en respectant les règles de grammaire et d'orthographe. La syntaxe doit être claire. Sauf indications contraires, les diagrammes et figures seront tracés directement sur le document réponse. Les figures et tracés doivent être à l'échelle, les points particuliers doivent être indiqués sur les figures et les axes doivent être repérés. Sauf indication contraire, l'allure générale des courbes doit être tracée en indiquant les points caractéristiques.

De nombreuses questions au sein d'un même exercice ou problème sont des questions indépendantes. Il faut rendre votre copie rédigée et le document réponse complété.

INDIQUER OBLIGATOIREMENT LES UNITÉS POUR LES RÉSULTATS NUMÉRIQUES. Dans le cas contraire, aucun point ne sera attribué.

Première partie : exercices d'électrocinétique.

I.1. Un générateur G est caractérisé par sa tension à vide $E = 99 \text{ V}$ et par sa résistance interne $r = 3\Omega$. Il débite sur une résistance de charge $R_c = 30 \Omega$ (figure 1).

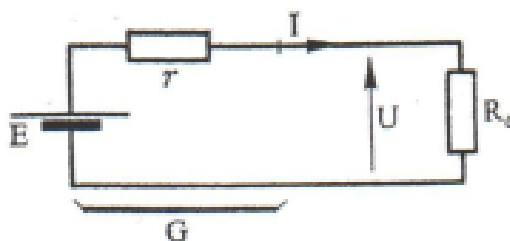


Figure 1

Au générateur G on peut associer un générateur équivalent de Norton ayant pour caractéristiques : (indiquer les bonnes réponses)

I.1. 1 a : $I_n = 33 \text{ A}$ b : $I_n = 3 \text{ A}$ c : $I_n = 3,3 \text{ A}$ d : $I_n = 2,73 \text{ A}$ e : $I_n = 108 \text{ A}$

I.1.2 a : $R_n = 0 \, \Omega$ b : $R_n = 3 \, \Omega$ c : $R_n = 30 \, \Omega$ d : $R_n = 33 \, \Omega$ e : $R_n = 2,73 \, \Omega$

I.2. Soit le montage de la figure 2. Les trois résistances valent respectivement, de la gauche vers la droite : $6 \, \Omega$, $4 \, \Omega$ et $2 \, \Omega$. Calculer la valeur du courant I_2 , la bonne réponse est parmi les valeurs suivantes :

a : $3,67 \, A$ b : $5 \, A$ c : $3,64 \, A$ d : $5,1 \, A$ e : $2,73 \, A$

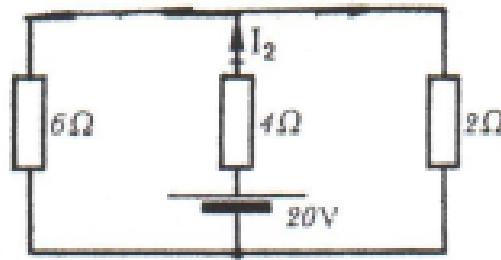


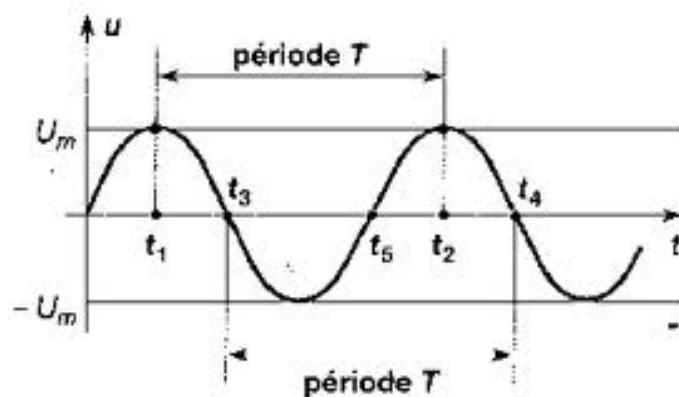
Figure 2

I.3. Trois résistances de valeurs respectives $100 \, \Omega$; $33 \, \Omega$; $10 \, \Omega$ sont branchées en parallèle. L'ensemble de ces trois résistances est mis en série avec une résistance de $25 \, \Omega$. La résistance équivalente à ces quatre résistances connectées entre-elles comme décrit, vaut :

a : $21,3 \, \Omega$ b : $255,8 \, \Omega$ c : $32,1 \, \Omega$ d : $24,98 \, \Omega$ e : $168 \, \Omega$

(calculer la bonne valeur, la réponse est parmi les valeurs précédentes)

I.4. Soit la tension u en volts, variable en fonction du temps, telle que représentée ci-dessous.



La période de cette tension est de $3 \, ms$, la valeur efficace de la tension est $60 \, V$.

I.4.1 Calculer la valeur de la pulsation ω en rd/s .

I.4.2 Ecrire l'équation numérique de $u(t)$ en fonction du temps.

I.5. Ecrire l'équation temporelle $i(t)$ qui correspond à un courant sinusoïdal de valeur efficace 32A, de fréquence 200Hz et de déphasage $+45^\circ$ par rapport à la tension de référence.

I.6. Ecrire sous forme de nombre complexe l'équation qui correspond à un courant sinusoïdal de valeur efficace 32A et de fréquence 200Hz et phase de 60° .

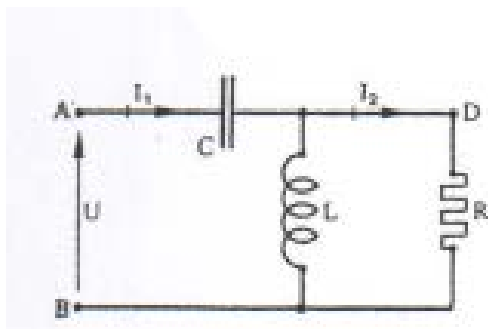
I.7. Un condensateur de capacité C est alimenté sous une tension variable $u(t) = U \cdot \sin(100.t)$.

I.7.1 Calculer l'expression du courant $i(t)$ traversant le condensateur.

I.7.2 Ecrire l'expression de la puissance $p(t)$ absorbée par le condensateur. (Ne pas simplifier le résultat).

I.7.3 Quel est le déphasage de $i(t)$ par rapport à $u(t)$?

I.8. Soit le montage de la figure 3. L'opérateur complexe est noté j .



On donne : $C = 4 \mu\text{F}$ $R = 2 \text{ k}\Omega$

$L = 10 \text{ mH}$ (inductance pure)

$u(t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega.t)$ avec $U = 5 \text{ V}$.

Figure 3

I.8.1 Pour une pulsation $\omega = 50 \text{ rd/s}$, l'impédance complexe associée à l'inductance L vaut :

(indiquer la bonne réponse)

a : $j.0,5 \Omega$ b : $j.0,5 \text{ H}$ c : $0,5 \Omega$ d : 0.5 H e : $(1 + j.0.5) \Omega$

I.8.2. Pour une pulsation $\omega = 500\,000 \text{ rd/s}$, le module de l'impédance complexe associée à l'ensemble formé par l'inductance L en parallèle avec la résistance R vaut (faire le calcul et indiquer la bonne réponse):

a : $(2000 + j.5000) \Omega$ b : 1428Ω c : $(2000 + j.5000) \text{ H}$ d : $j.1857 \text{ H}$ e : 1857Ω

I.8.3 Calculer l'impédance complexe équivalente au montage complet vu des bornes A et B.

Mettre le résultat sous la forme $(a + j.b) / (c + j.d)$ où les coefficients a , b , c et d sont à déterminer en fonction de L , C , R et ω .

I.8.4. Pour une pulsation $\omega = 5000 \text{ rad/s}$, on a la relation L.C. $\omega^2 = 1$. La valeur efficace de la tension aux bornes de la résistance vaut alors (faire le calcul et indiquer la bonne réponse) :

a : 195 V b : 63 V c : 213 V d : 200 V e : 256 V

I.9. Soit le montage de la figure 4. L'opérateur complexe est noté j .

La tension V_1 est sinusoïdale, de pulsation ω .

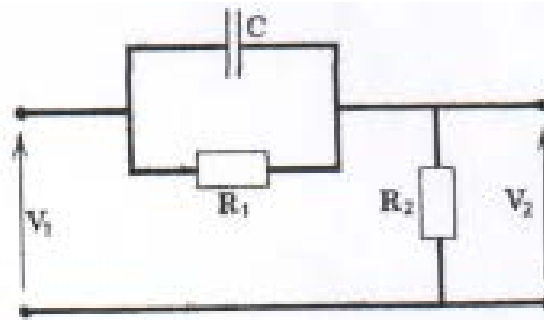


Figure 4

I.9.1 Déterminer l'expression de la transmittance complexe, définie comme étant le quotient des tensions complexes $\underline{V}_2 / \underline{V}_1$. On mettra le résultat sous la forme $(a + j \cdot b) / (c + j \cdot d)$.

I.9.2. Déterminer le module et l'argument de la transmittance complexe de la question I.9.1.

Il est inutile de simplifier le résultat.

I.9.3 Lorsque la pulsation ω tend vers zéro, vers quoi tendent les résultats de la question I.9.2 ?

I.9.4 Justifier la réponse de la question I.9.3 en analysant la figure 4 (autrement dit, trouver la réponse à la question I.9.3 sans faire le calcul de la transmittance complexe).

I.9.5 Lorsque la pulsation ω tend vers l'infini, vers quoi tendent les résultats de la question I.9.2 ?

I.9.6 Justifier la réponse de la question I.9.5 en analysant la figure 4 (autrement dit, trouver la réponse à la question I.9.5 sans faire le calcul de la transmittance complexe).

Deuxième partie : problème. Les moteurs ultrasonores.

Le principe de fonctionnement des moteurs ultrasonores est basé sur la transmission d'énergie mécanique.

La figure 5 présente une solution technique possible qui comprend une structure élastique (R) excitée mécaniquement par deux pots vibrants T1 et T2. Les oscillations mécaniques dues à ces deux pots vibrants sont déphasées de telle sorte que seule une onde plane progressive se propage dans la structure élastique (R). Cette onde est supposée transverse, et chaque point de la structure oscille verticalement, soit parallèlement à l'axe Oy.

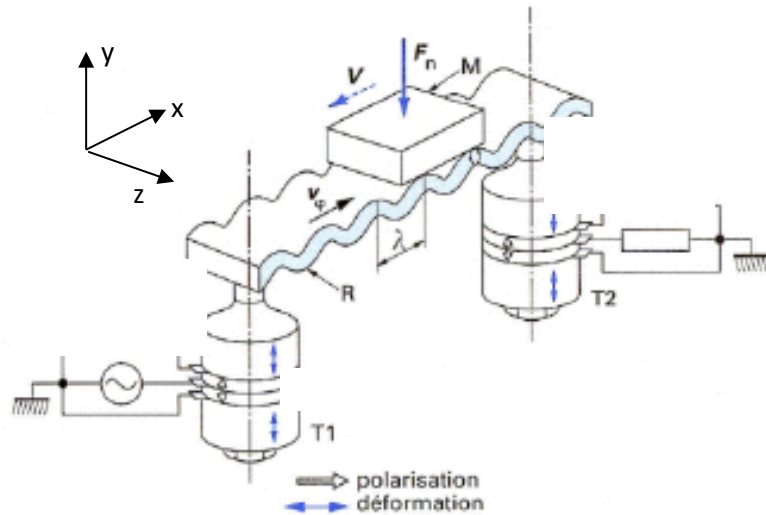


Figure 5

L'énergie mécanique est transmise de la structure élastique vers la partie mobile (M) par friction. Ces deux éléments sont donc en contact. La transmission d'énergie mécanique par friction nécessite

l'application d'une force \vec{F}_n , verticale descendante, de norme F_n , sur la partie mobile. La vitesse de déplacement V de la partie mobile est ici supposée nulle, pour simplifier l'étude. Le poids de cette partie mobile, est négligé par rapport à F_n .

Nota : le paragraphe d'introduction précédent ainsi que la figure 5 ne servent qu'à présenter le principe de fonctionnement des moteurs à ultrasons. Pour la suite du problème, aucun prérequis relatif aux ultrasons ou à la friction n'est nécessaire.

II.1 – Conversion d'énergie mécanique.

Une vue détaillée de l'interface entre la partie mobile (M) et la structure élastique (R) est représentée figure 6. Le contact entre les éléments (M) et (R) est assuré par des plots.

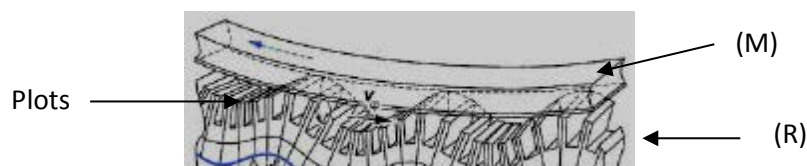


Figure 6

Dans la modélisation utilisée ci-dessous, on assimile la partie mobile (M) à un solide parfait parallélépipédique. On suppose l'amplitude de l'onde suffisamment faible pour que chaque plot

reste en contact avec la pièce mobile (M). Le contact entre un plot et la partie mobile est supposé ponctuel. On néglige la masse des plots.

On représente, figure 7, la position à un instant t de l'axe AB d'un plot dont l'extrémité inférieure A est fixée à la surface supérieure de la structure élastique (R) (non représentée sur cette figure 7), et reste constamment à l'abscisse x .

On suppose que, en l'absence de l'onde, et la charge F_n étant déjà appliquée sur (M), la tension de la structure élastique est suffisamment importante pour que sa face supérieure soit assimilable à une

portion du plan xOz . On note \vec{i} , \vec{j} et \vec{k} les vecteurs unitaires du trièdre orthogonal direct Oxyz, fixe dans le référentiel d'étude supposé galiléen.

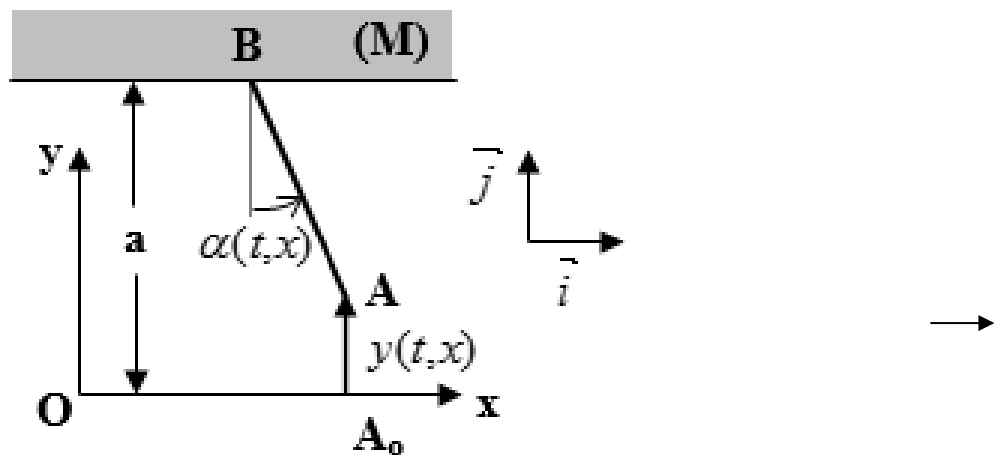


Figure 7

En présence de l'onde, le point A se déplace verticalement, donc parallèlement à Oy, selon la loi :

$$y(t, x) = \overrightarrow{A_o A} \cdot \vec{j} = Y_o \sin(\omega t - K x) ; \text{ les grandeurs constantes } \omega \text{ et } K \text{ sont}$$

supposées positives ; on note v_ϕ la vitesse de phase associée au signal ondulatoire $y(t, x)$ donné ci-dessus. On suppose enfin que la face inférieure de la pièce (M) reste constamment dans le plan horizontal $y = a$ où « a » est une constante positive qu'on ne demande pas de déterminer.

On notera que la longueur AB n'est pas constante au cours du temps ; l'étude de son expression fait l'objet de la question II.6.

II.1.1 Qu'appelle-t-on onde plane ? Dans quel sens se propage l'onde plane progressive harmonique proposée ? On justifiera cette dernière réponse.

II.1.2 Rappeler le lien entre K , ω et v_ϕ .

II.1.3 En déduire le lien entre la longueur d'onde (ou "période spatiale") λ , ω et v_ϕ puis entre λ , v_ϕ et la période temporelle T .

On suppose que la direction de AB reste constamment normale en A à la face supérieure de (R) ; on admettra que, dans ces conditions, l'angle $\alpha(t, x)$ indiqué figure 7 est donné par la relation:

$$\tan \alpha(t, x) = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_t.$$

II.2 Déterminer $\tan \alpha(t, x)$ en fonction de t et de x et montrer que, si l'amplitude Y_0 est très petite devant le quotient $\frac{\lambda}{2\pi}$, on a constamment $|\tan \alpha| \ll 1$.

II.3 H étant le point, fixe, projeté orthogonal de A_0 et A sur la face inférieure plane de la pièce M

(voir figure 7), exprimer \overrightarrow{HB} en fonction de \vec{i} , a , $y(t, x)$ et $\tan \alpha$.

Dans toute la suite, on suppose l'amplitude Y_0 très faible devant a ; de plus, **on ne retiendra** dans les résultats **que les termes d'ordre inférieur ou égal à 1 en Y_0** (donc en $y(t, x)$ et en $\alpha(t, x)$).

II.4 Montrer que, dans ces conditions : $\overrightarrow{HB} = -a \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_t \vec{i}$.

II.5 En déduire le vecteur-vitesse instantané du point B du plot en fonction de \vec{i} , a et $\frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x}$

puis en fonction de \vec{i} , a , K , ω et $y(t, x)$.

La longueur du plot n'étant pas constante dans le temps, on prend en compte la raideur du plot en modélisant celui-ci par un ensemble de deux solides parfaits S_1 (d'extrémité A) et S_2 (d'extrémité B), liés par une liaison glissière idéale (donc non dissipative) d'axe AB, et couplés par un ressort à spires non jointives de constante de raideur k' . Les masses de S_1 , S_2 et du ressort sont supposées négligeables.

Le dispositif est schématisé sur la figure 8 ci-contre, sur laquelle l'axe AB a été représenté verticalement, pour faciliter la visualisation.

II.6 Exprimer la longueur AB du plot étudié en fonction de « a » et de $y(t, x)$.

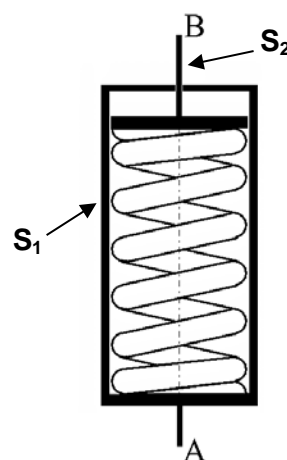


Figure 8

La liaison entre le plot et la pièce (M) étant ponctuelle en B, les actions du plot sur (M) sont réductibles à une force unique appliquée en B, que l'on note \vec{R} .

On admet que la projection de cette force sur l'axe orienté AB a une valeur algébrique donnée par la relation : $\vec{R} \cdot \vec{u}_{AB} = F_o + k' y(t, x)$, où F_o est une constante qu'on ne cherche pas à

déterminer dans l'immédiat, k' la constante de raideur du ressort et \vec{u}_{AB} le vecteur unitaire de mêmes direction et sens que \vec{AB} .

II.7 Justifier la valeur du coefficient de y , dans l'expression proposée ci-dessus de $\vec{R} \cdot \vec{u}_{AB}$.

On suppose jusqu'à la question II.11 comprise que le vecteur-vitesse du point B du plot est de sens opposé à \dot{i} .

II.8 Quelle est la condition sur $y(t, x)$ pour qu'il en soit ainsi ?

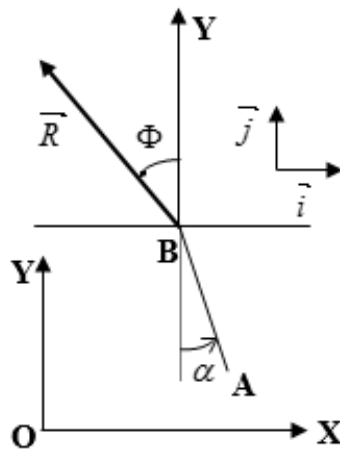


Figure 9

On rappelle que, dans ces conditions, la pièce (M) étant supposée fixe, la force \vec{R} exercée par le plot sur (M) est située (voir figure 9) dans le plan xOy et fait avec By (parallèle à Oy) un angle noté Φ , constant, connu et strictement compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ rad. On veillera à ne pas confondre l'angle Φ et la valeur de la phase de l'onde, égale à $(\omega t - K x)$.

II.9 En se limitant toujours à l'ordre 1 (inclus) en Y_o , déterminer la norme R de \vec{R} en fonction de F_o , k' , Φ , $y(t, x)$ et $\alpha = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_t$.

II.10 En déduire les composantes de $R_x = \vec{R} \cdot \vec{i}$ et $R_y = \vec{R} \cdot \vec{j}$ en fonction de F_o , k' , Φ , $y(t, x)$ et $\alpha = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_t$, en se limitant à l'ordre 1 (inclus) en Y_o .

II.11 Montrer que les moyennes temporelles, notées $\langle R_x \rangle_1$ et $\langle R_y \rangle_1$, de R_x et R_y sur la 1/2 période $0 < \omega t - Kx < \pi$ vérifient les relations :

$\langle R_x \rangle_1 = -\langle R_y \rangle_1 \tan \Phi$ et $\langle R_y \rangle_1 = F_o + k' \langle y \rangle_1$, où $\langle y \rangle_1$ désigne la moyenne temporelle de y sur la 1/2 période $0 < \omega t - Kx < \pi$.

II.12 Durant la deuxième 1/2 période ($\pi < \omega t - Kx < 2\pi$), le vecteur-vitesse du point B du plot étudié change de sens, donc la force \vec{R} reste située dans le plan xOy mais fait avec Oy un angle égal à $(-\Phi)$.

Donner, sans nouveau calcul, les valeurs des moyennes temporelles $\langle R_x \rangle_2$ et $\langle R_y \rangle_2$ sur cette deuxième demi-période en fonction de F_o , k' , Φ et de $\langle y \rangle_2$, moyenne temporelle de y sur cette deuxième demi-période.

II.13 On admet la relation $N \langle R_y \rangle = F_n$, dans laquelle N désigne le nombre total de plots, F_n la charge et $\langle R_y \rangle$ la moyenne temporelle de R_y sur une période entière. Déterminer la valeur de F_o en fonction de F_n et de N.

II.14 Déterminer l'expression de la moyenne temporelle $\langle R_x \rangle$ de R_x sur une période entière en fonction de k' , Φ et de l'amplitude Y_o des oscillations.

Comparer le sens de $\langle \vec{R}_x \rangle = \langle R_x \rangle \vec{i}$ et celui de la propagation de l'onde progressive.

Quelle est, tant que F_n est strictement positive et tant que l'amplitude Y_o est petite, la dépendance de $\langle R_x \rangle$ par rapport à F_n ?

Troisième partie : Electrotechnique.

III.1 – Régime sinusoïdal.

Une installation électrique comprend un moteur monophasé et un four monophasé, branchés en parallèles et alimentés par un réseau monophasé 230V 50 Hz. Les deux charges sont parfaitement linéaires, et absorbent un courant sinusoïdal. La tension du réseau est prise comme grandeur de référence, à $t = 0$, la tension est nulle, et à $t = 0+$, la tension est positive.

Les caractéristiques du moteur sont : 4,5kW ; $\cos\phi = 0,89$ (comportement inductif)

Les caractéristiques du four sont : 10A absorbé ; $\cos\phi = 1$

III.1.1 Calculer la puissance active totale fournie par le réseau à l'ensemble des deux charges.

III.1.2 Calculer la puissance réactive totale fournie par le réseau à l'ensemble des deux charges.

III.1.3 Calculer la valeur numérique du courant efficace fourni par le réseau. (Il s'agit du courant total qui alimente les deux récepteurs).

III.1.4 Déterminer la valeur numérique du facteur de puissance global. (Pour les deux récepteurs pris ensembles).

III.2 – Régime non sinusoïdal.

Le réseau électrique de tension $v(t) = 300.\sin(200.\pi.t)$ alimente une charge non linéaire donc le spectre harmonique du courant absorbé est représenté sur la figure 12. La valeur efficace du fondamental du courant est de 6 A, le fondamental du courant est en retard d'un quart de période par rapport à la tension d'alimentation.

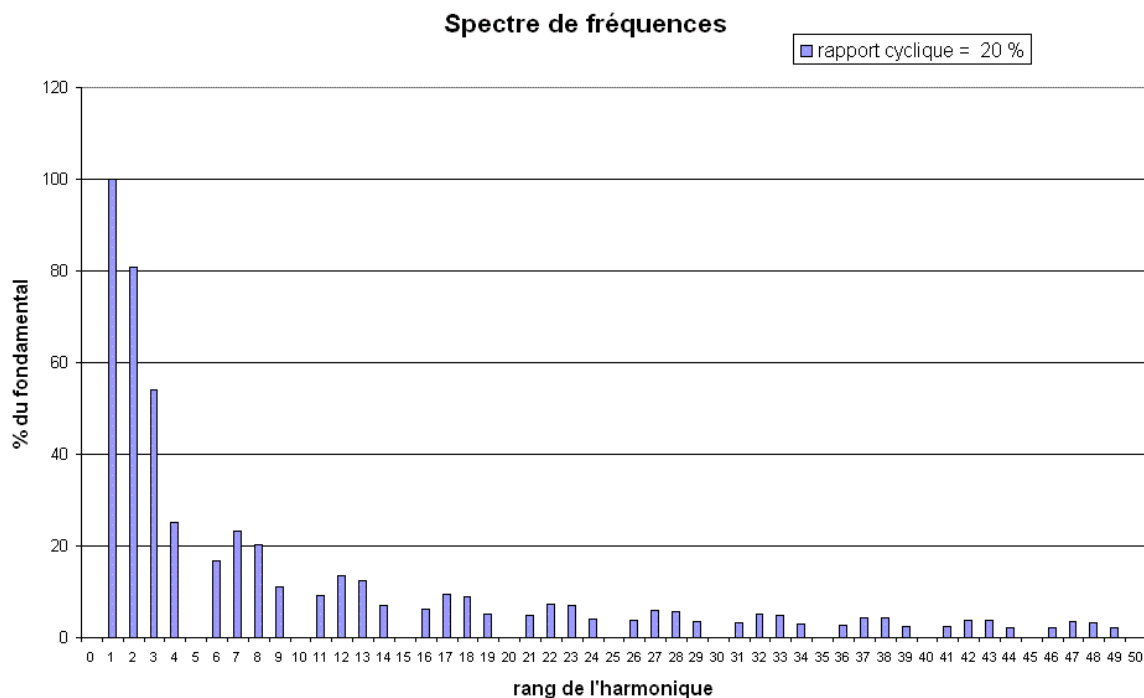


Figure 12 : spectre de fréquences du courant.

III.2.1 Quelle est la valeur efficace de l'harmonique de courant de rang 2 ?

III.2.2 Quelle est la fréquence (en Hz) de l'harmonique de courant de rang 33 ?

III.2.3 Calculer la puissance active P absorbée par la charge non linéaire.

Quatrième partie : Informatique industrielle.

IV.1 Convertir les nombres binaires suivants en leurs équivalents décimaux :

001100 et 000011

IV.2 Algorithmique.

Écrire en langage algorithmique un algorithme permettant de saisir une matrice 2x2, de calculer son déterminant et le produit de cette matrice par un entier n.

Rappels mathématiques : soit la matrice $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Déterminant = $a.d - b.c$

Produit de n par la matrice $A = \begin{pmatrix} n.a & n.b \\ n.c & n.d \end{pmatrix}$

IV.3 Grafcet.

Soit un monte-charge à trois niveaux. La figure 14 représente de manière schématique le monte-charge ainsi que le grafcet décrivant le fonctionnement.

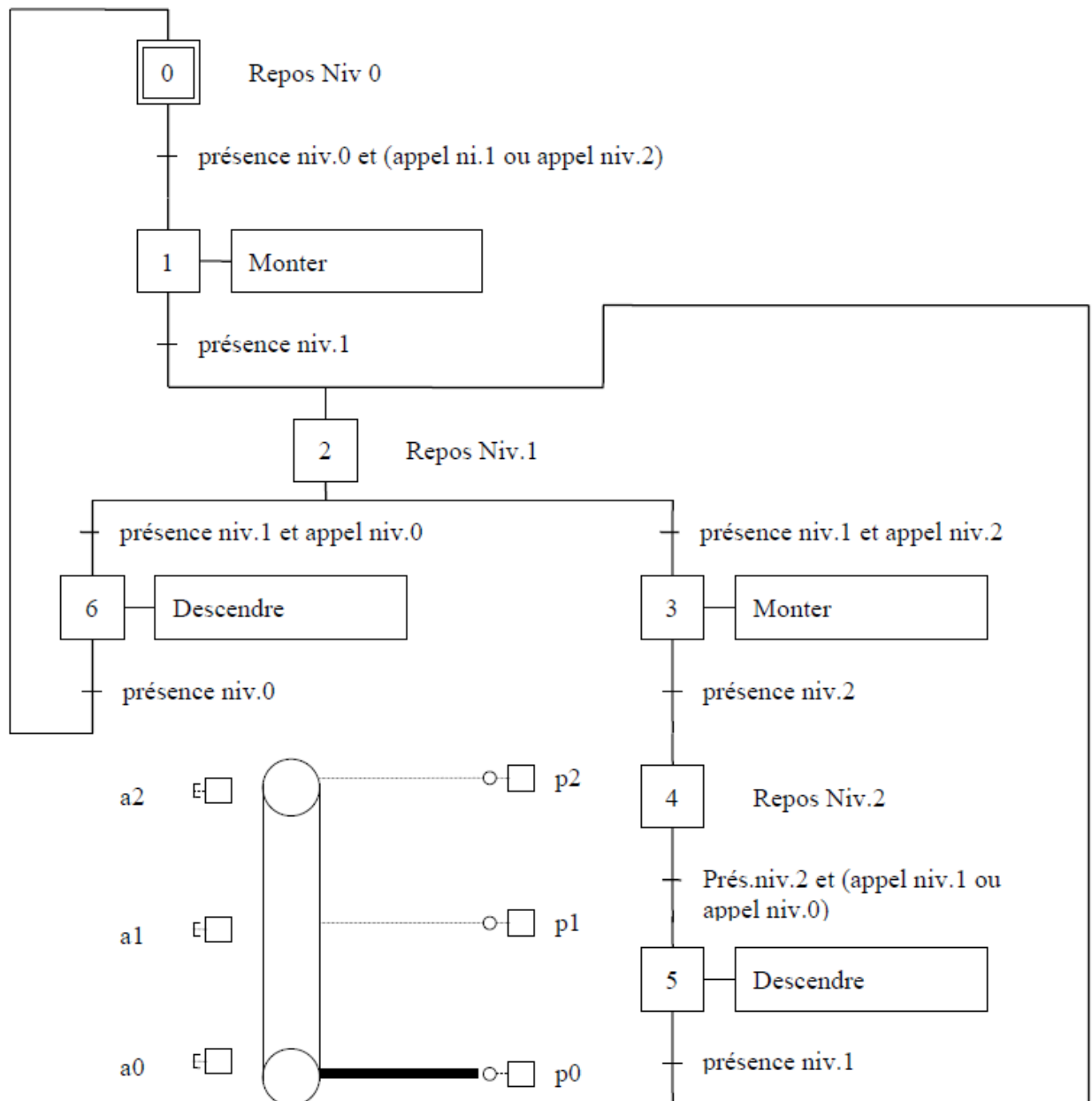


Figure 14 : monte-charge et grafcet.

Question : proposer un nouveau Grafcet tel qu'il n'y ait plus d'arrêt au niveau 1 dans les déplacements entre les niveaux 0 et 2. Compléter le document réponse en partie IV.3.